

2009年秋季学期计算几何第一次大作业实验报告

第一部分 算法部分

采用分治的算法。

1. 算法框架

令 S 为平面点集，对 S 按照 x 轴的顺序进行排序，将 S 按照点数均分成左右两部分 L 、 R ， L 中的点的全部在 R 中的点的左边；分别对 L 、 R 进行三角剖分，然后合并 L 、 R ，以上是整个算法的框架。

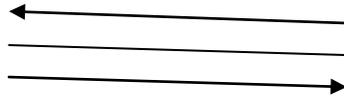
2. 凸包的维护

易知，当 L 或者 R 三角剖分完毕之后， L 或者 R 的边界是一个凸包；这个凸包在合并过程中非常重要，所以每当 L 或者 R 三角剖分完毕，都返回这个剖分的凸包。

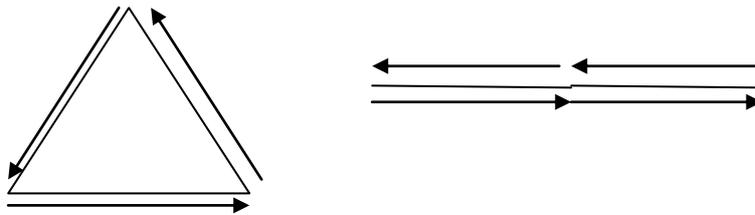
当 L 或者 R 的点的数目小于 3 个时，直接进行剖分（以 L 为例）：

- (1) 当 L 的点数为 2 个，则剖分为一条直线，而凸包则是 2 条半边，如图：

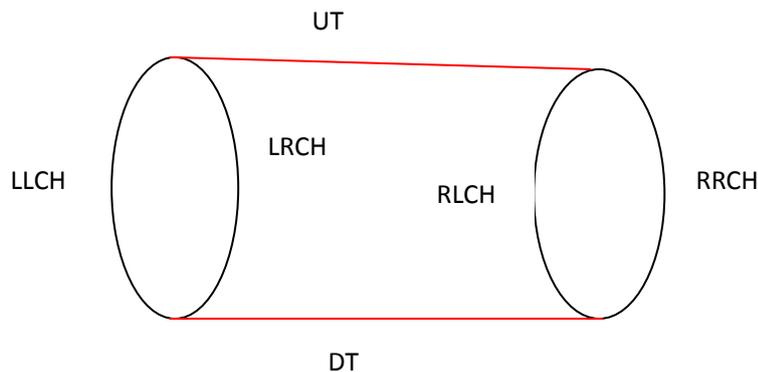
上面和下面的两条半边构成 L 返回的凸包



- (2) 当 L 的点数为 3 个，则有两种剖分结果，左图不为共线的情况，右图共线的情况



当 L 和 R 合并后，我们会得到 L 和 R 的上切线 UT 和下切线 DT ，同时可以计算到 L 的左链 $LLCH$ 和 R 的右链 $RRCH$ ，如图：



所以把 LLCH, DT, RRCH, UT 按照顺序串起来就构成合并的凸包。

3. 合并的过程

采用 Zigzag 算法, 从下切线 DT 开始, 在 LRCH 和 RLCH 间进行三角剖分。

设 LV 为 LRCH 中的一个点, RV 为 RLCH 中的一个点, 合并算法的核心部分是判断添加了 (LV, RV) 这条边之后, 是否构成一条合法的三角剖分。具体到如下的形式。

设 LPV 为 LRCH 中 LV 的前继节点, LNV 为 LRCH 中 LV 的后继节点; RPV 为 RLCH 中 RV 的前继节点, RNV 为 RLCH 中 RV 的后继节点, 只分析 L 部分的情况, 对于 R 的是一个对称的分析。

首先判断 $ToLeft(LV, RV, LNV) > 0$, 这时 LNV 在 LV 和 RV 的上面, 所以 (LNV, RV) 不会被 L 中的边阻挡。

然后判断 $ToLeft(LV, RV, RNV)$ 和 $ToLeft(LV, RV, RPV)$, RV 的前继和后继节点的位置判断 (LV, RV) 是否会被 R 中的线阻挡。一共有 9 种情况, 具体的判断可以参考程序。

4. 程序简介:

程序的算法部分由 DCEL.cs, Trianglate.cs 部分构成。

DCEL.cs 负责实现 DCEL 结构和功能, 包括添加点, 边, 面以及查找功能。Tianglate.cs 负责实现剖分算法功能, 主要的算法在函数 `_mergeNew()` 中实现, 实现分 3 部分, 下切线的寻找、Zigzag 算法合并、生成新的凸包。

5. 吞吐能力测试

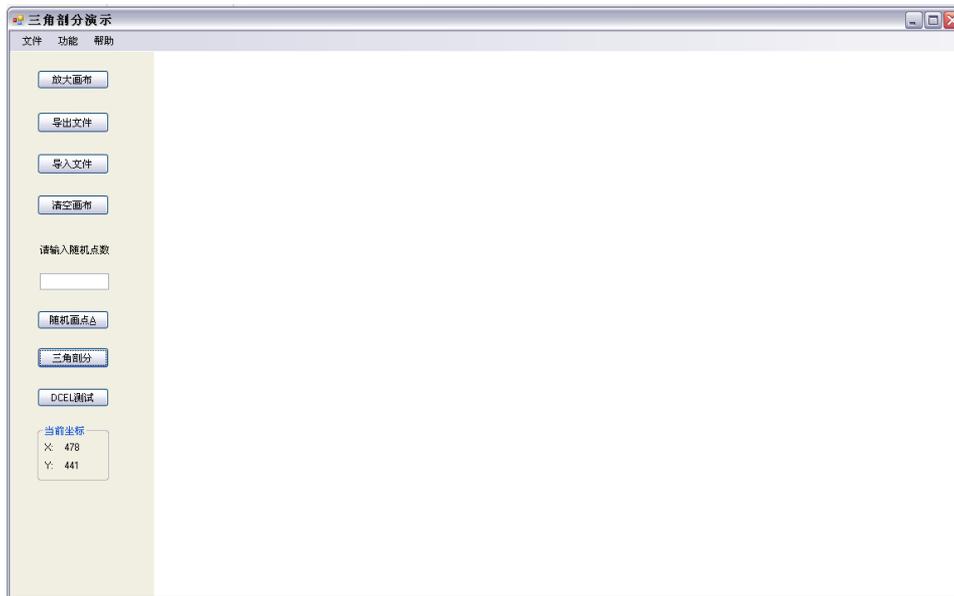
复杂度: $O(n \log n)$

测试点集的大小	平均时间(millisecond)
1,000	15
10,000	30
100,000	765
1,000,000	843

但是我们的程序无法显示过大的点集, 时间可以在控制台中查看, 最后验证是否正确可能只能通过较小的点集测试了。

第二部分 程序的使用

1. 总体界面



2. 功能描述

a) 文件的导入导出功能:

本功能提供平面点集的导入和导出功能，文件格式如下：

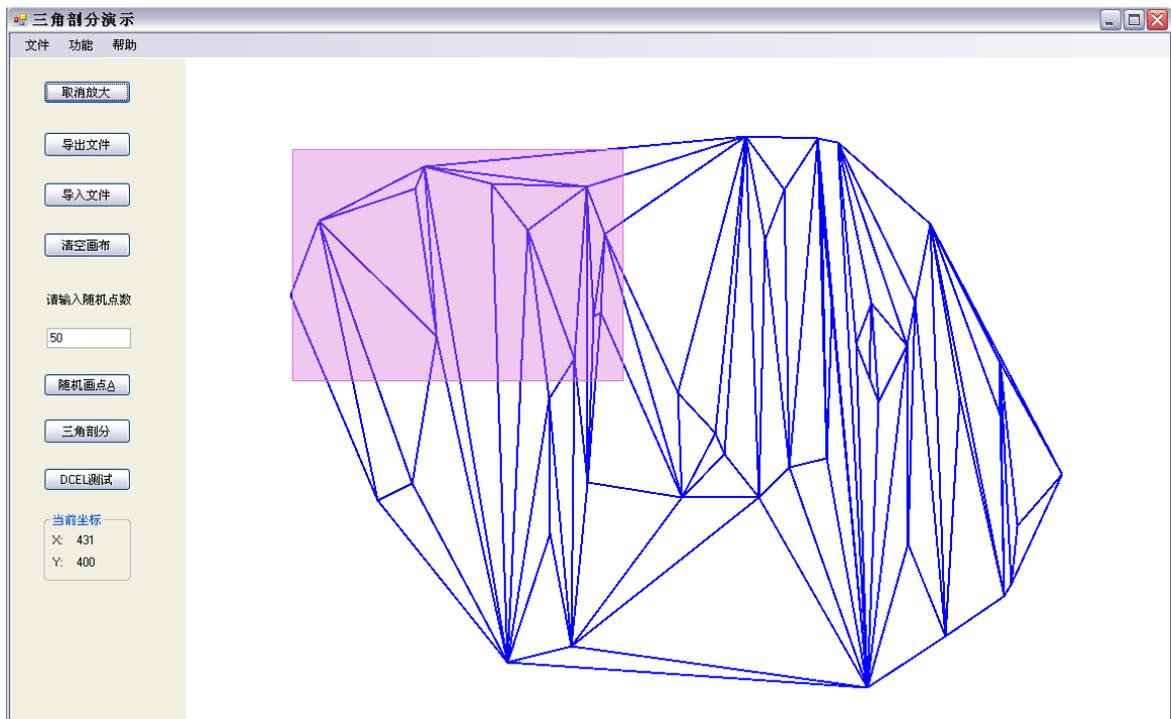
```
5 '#points
681 217 'point1 <x, y>
746 659 'point2 <x, y>
248 388 'point3 <x, y>
440 765 'point4 <x, y>
178 102 'point5 <x, y>
```

导入的点受画布大小的影响，有些点可能无法显示在屏幕中，所以进行吞吐量测试时请尽量使用本程序提供的随机生成点的功能。否则可能会加大测试的难度。

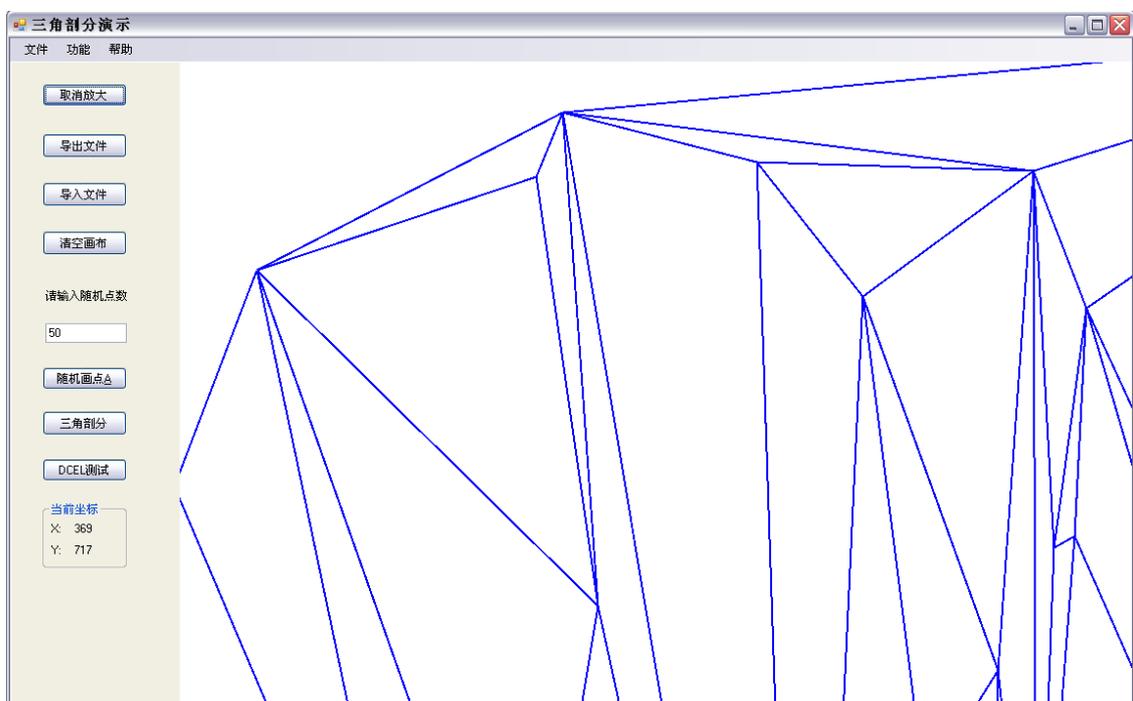
b) 画布放大功能:

本功能支持画布的放大，最大的放大倍数为 500 倍。放大的方法是选取要放大的区域。可以进行多次放大，需要还原可以再次点击本按钮（此时按钮的文本显示为“取消放大”）。过程可见下图：

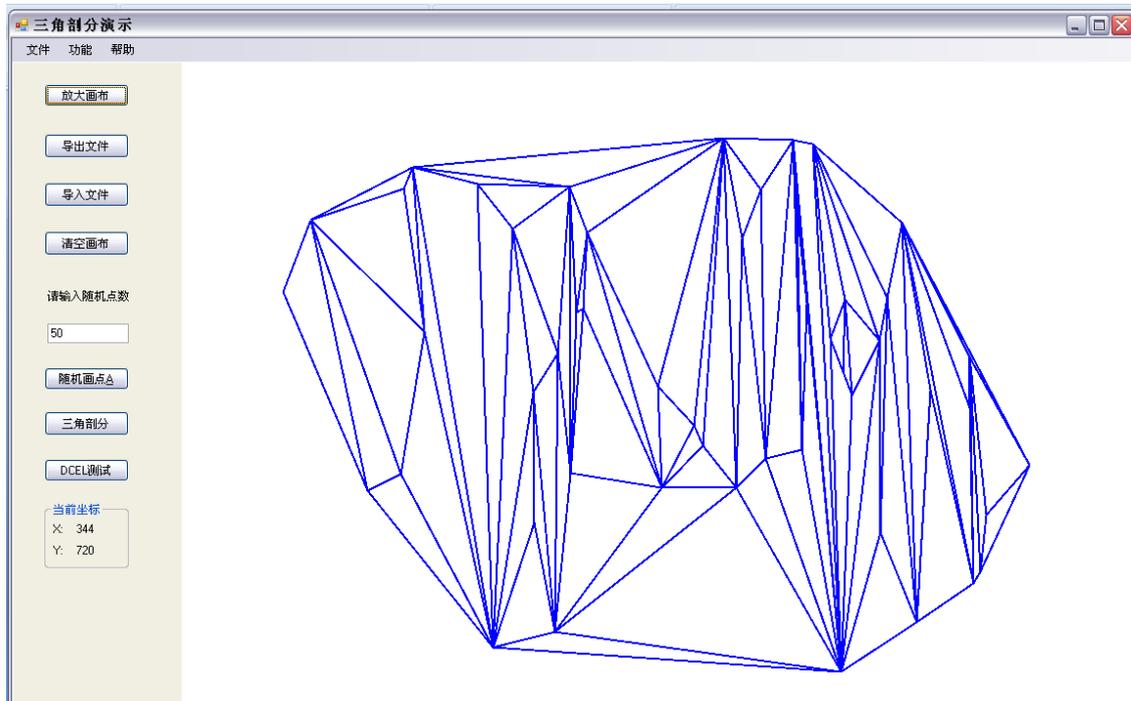
选取要放大的区域:



放大示意图:



点击取消放大后还原:



c) 画布清空功能:

本功能支持清空当前画布上的所有图像。

d) 随机画点功能:

在文本输入框输入需要的点数后点击随机画点，即可在画布的有效区域内进行画点，注意，使用本功能的同时，会先清空当前画布上的所有点。

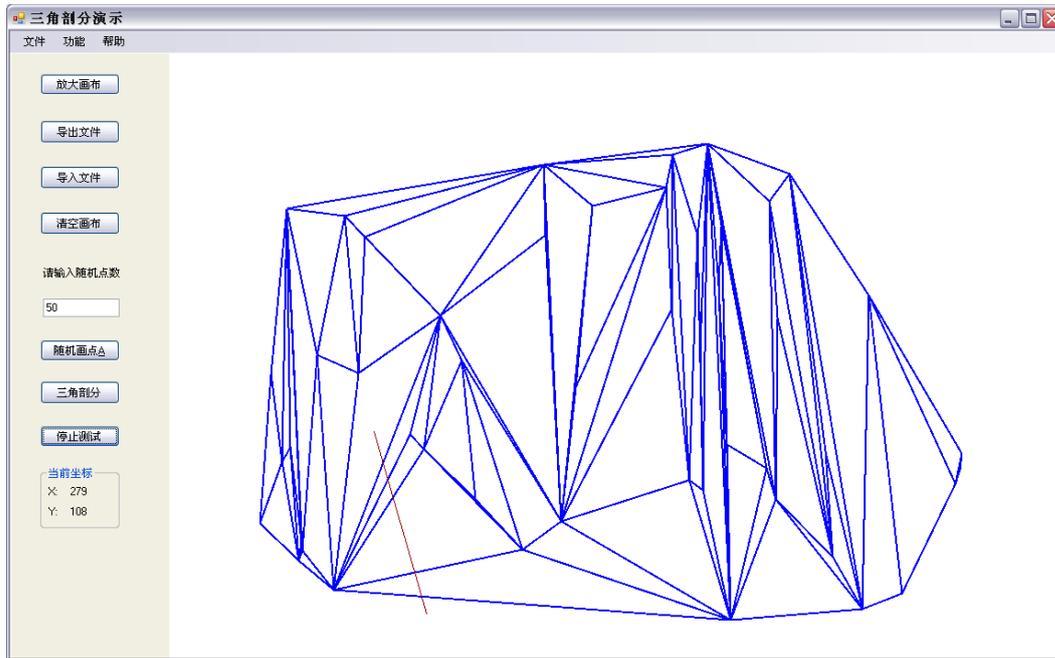
e) 三角剖分功能:

本功能是本程序的核心功能，对平面点击进行剖分，并且将结果显示出来。支持后续的放大以及 DCEL 测试等功能。

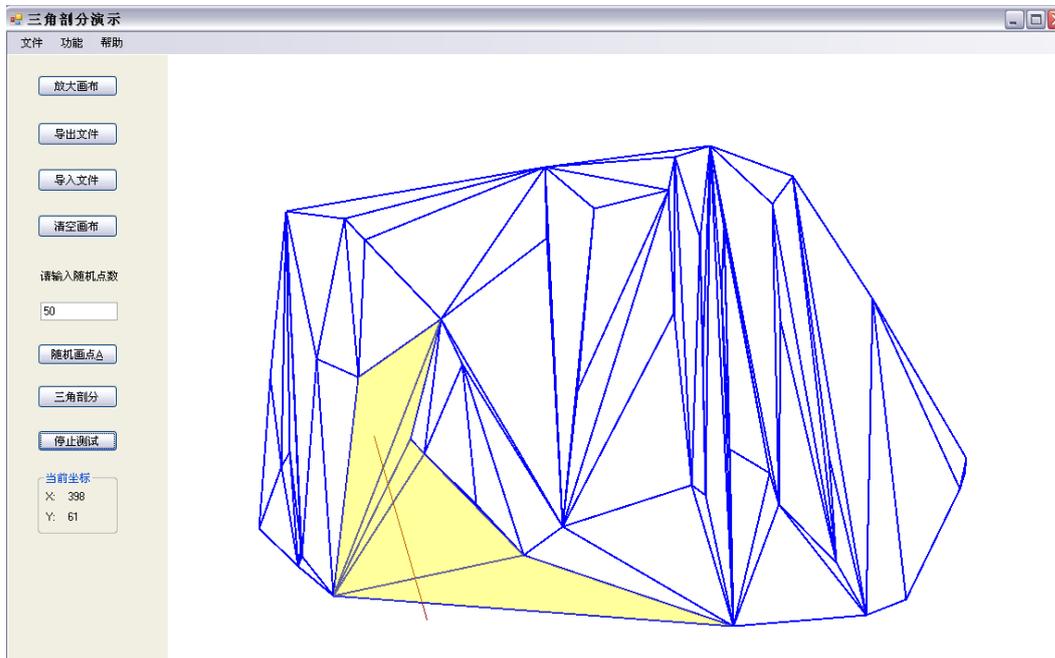
f) DCEL 测试功能:

本功能支持对三角剖分的结果进行测试，测试的方法是画一条直线，程序会按照顺序每隔 200ms 显示一个与其相交的三角形，每次只能测试一次，要开始一次新的测试请点击停止测试。测试后的画布支持放大查看的功能。

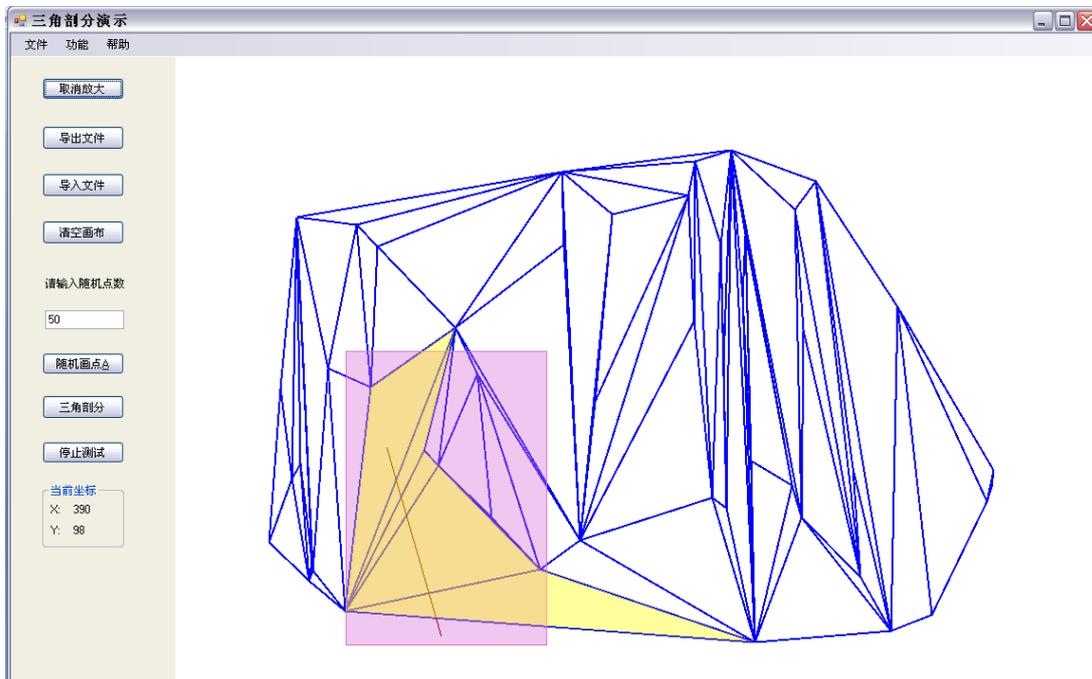
画线进行测试：



逐个三角形显示结果后的最终结果：



可放大查看：



放大的结果：

